



Les eaux souterraines mises sur ordinateur

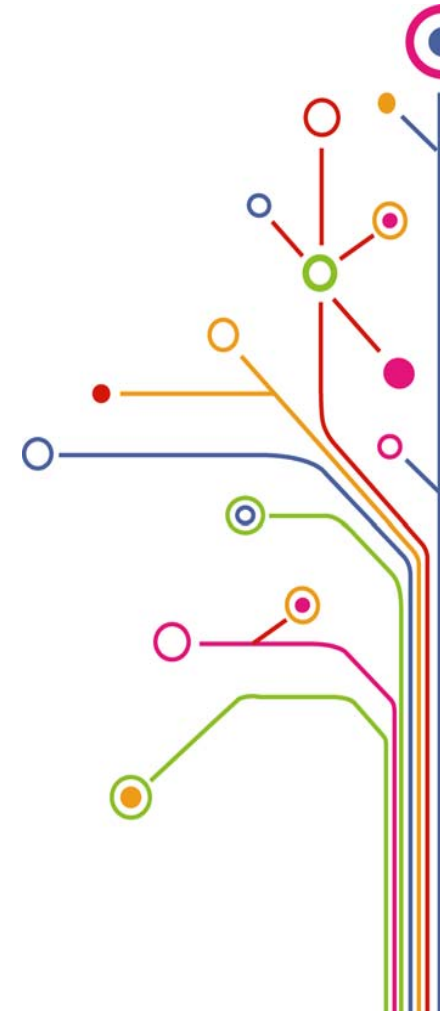
Jocelyne Erhel

L'équipe SAGE

Le département de Géosciences

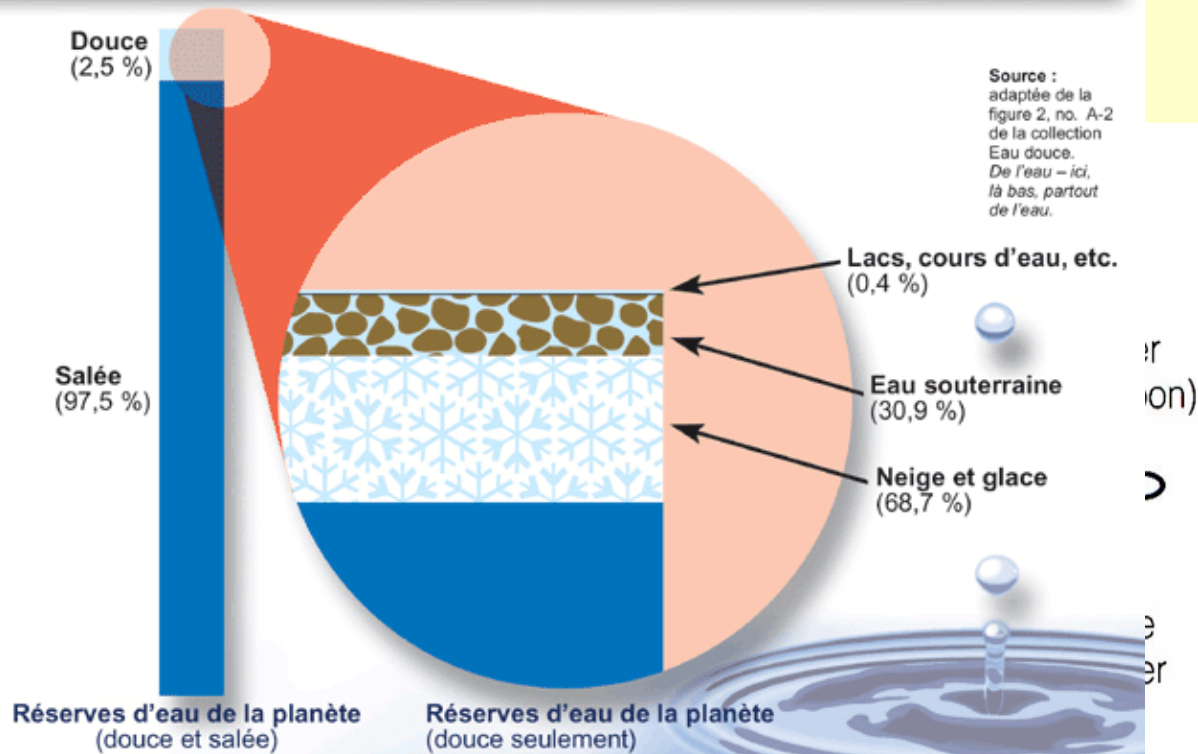


L'eau sur terre et sous terre



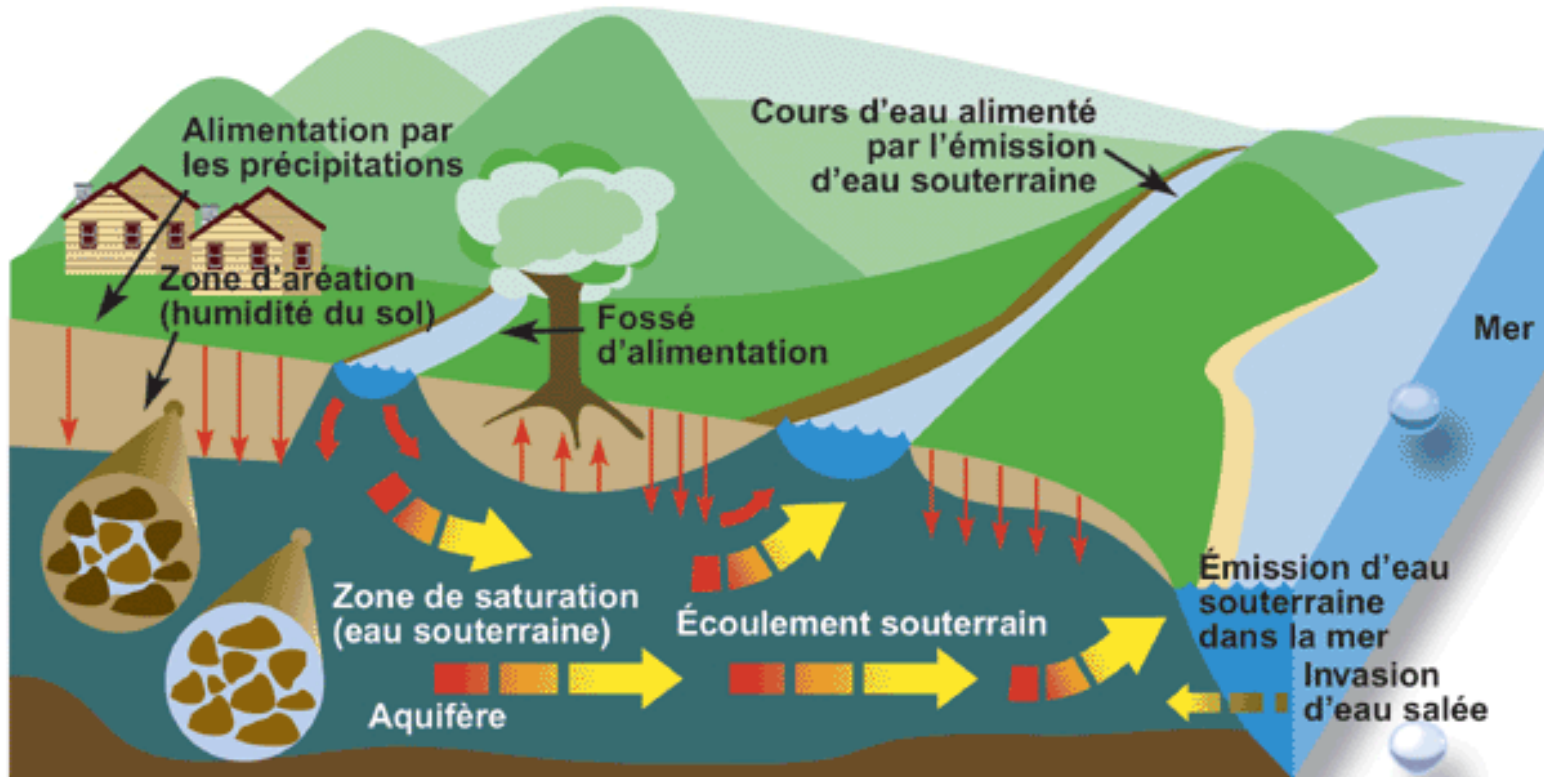
Répartition de l'eau

L'eau souterraine et les réserves d'eau douce de la planète



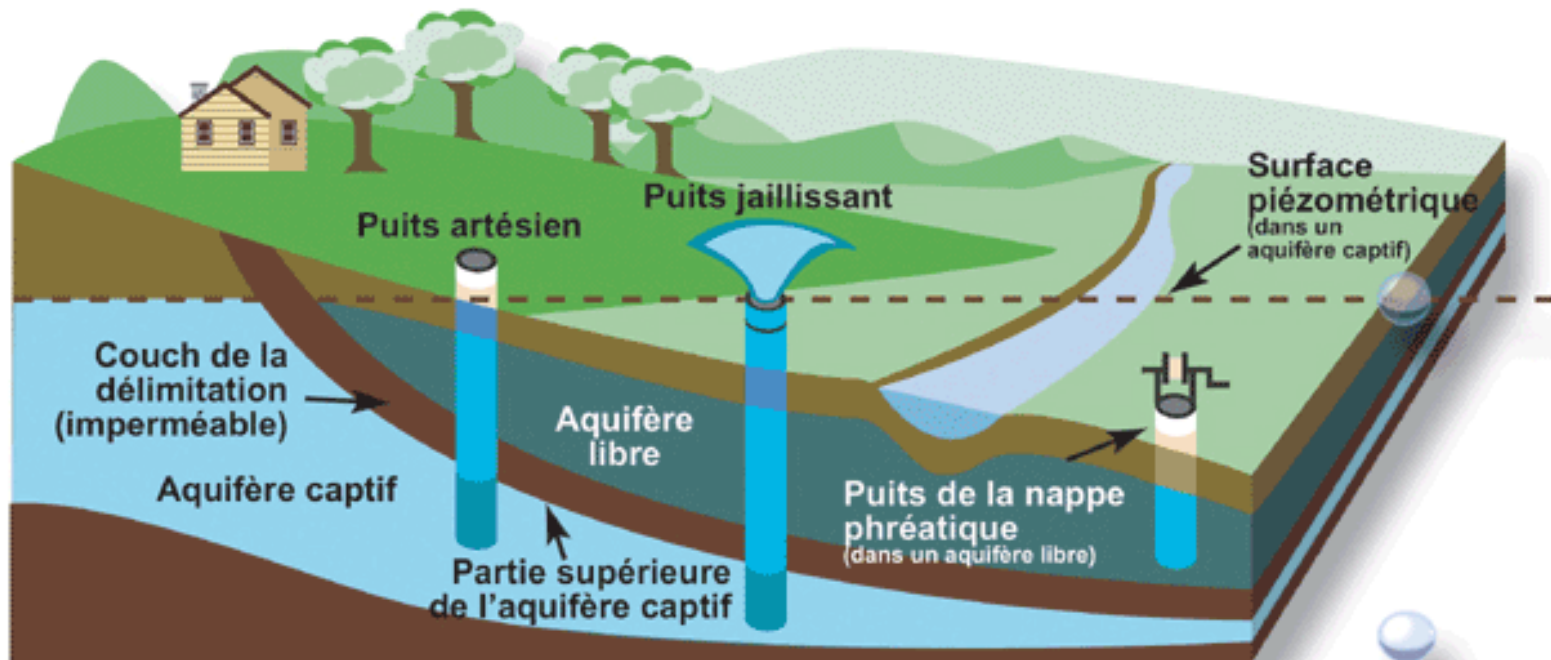
© http://www.ec.gc.ca/water/f_main.html
Total water 100%

Écoulement de l'eau souterraine



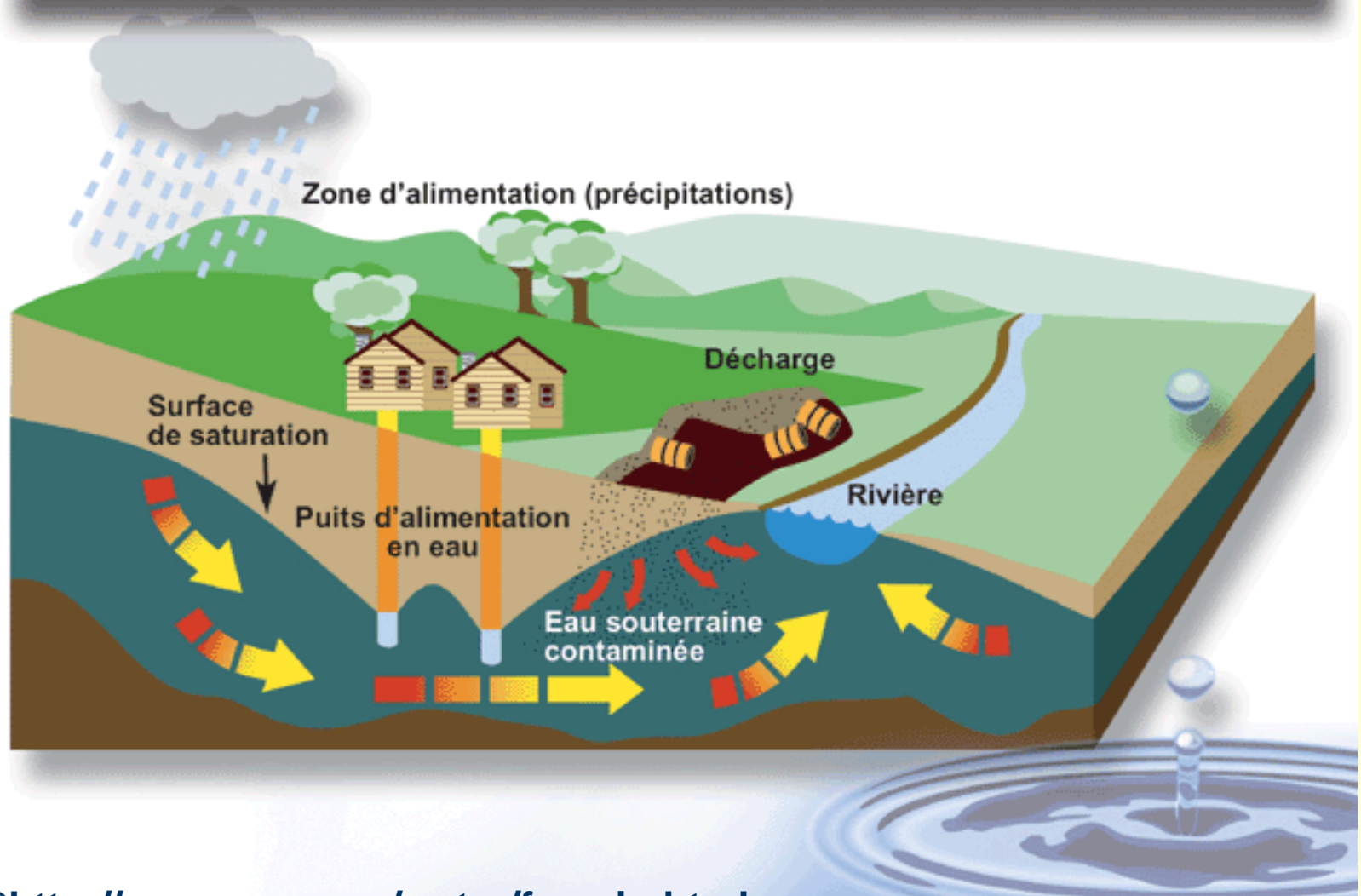
Exploitation des eaux souterraines

Aquifères et puits



Pollution des eaux souterraines

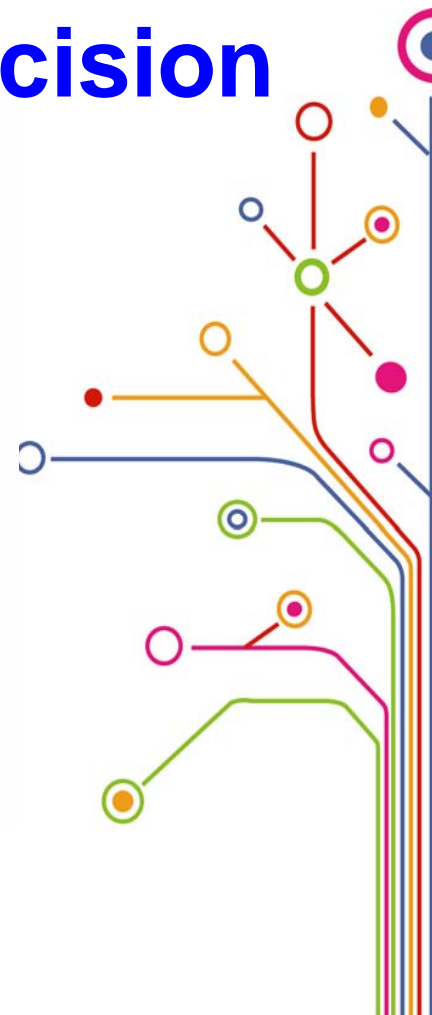
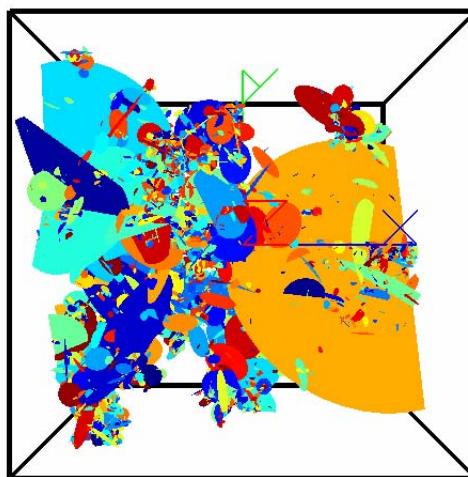
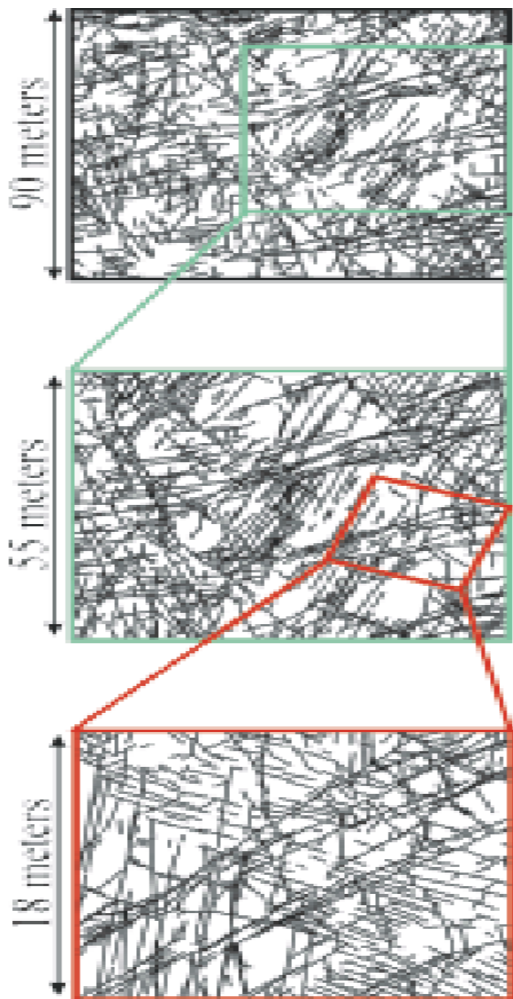
Contamination des eaux souterraines par un décharge





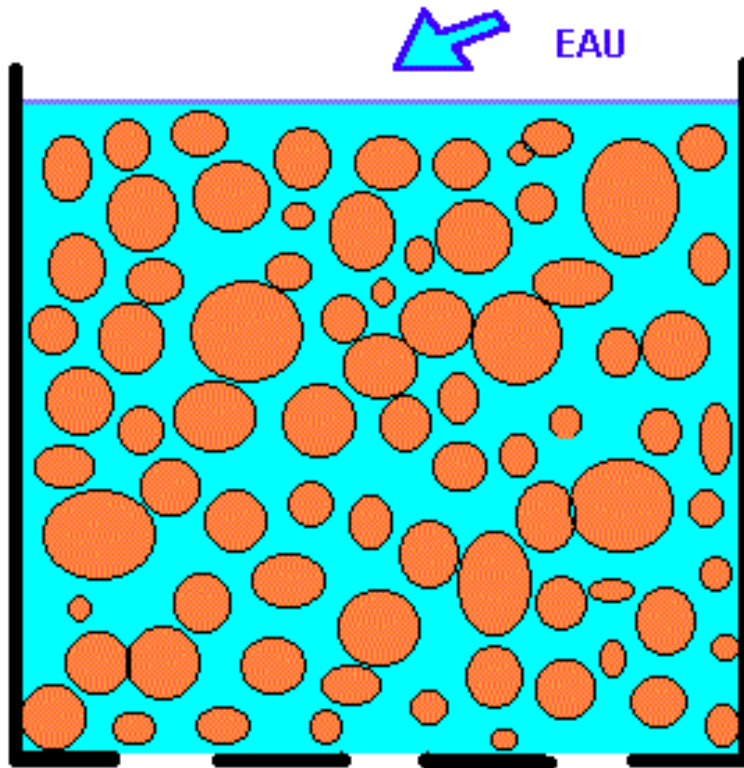
Modélisation

**comprendre et
aider à la décision**



Hornelen, Norvège

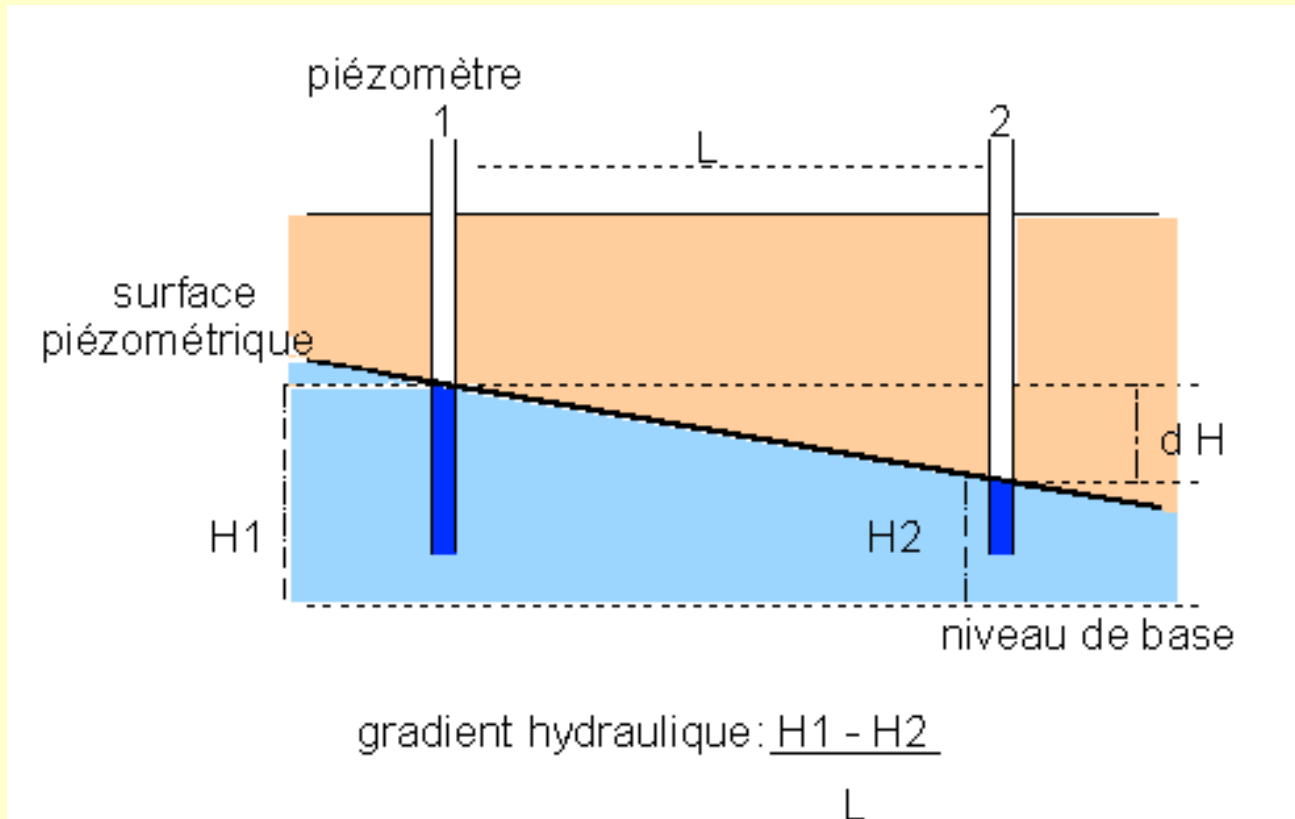
L'eau coule dans l'aquifère : notion de perméabilité



perméabilité

Type de roche	Perméabilité (m/s)
graviers	$3 \cdot 10^{-1}$ 1m=3 s
sables	$6 \cdot 10^{-4}$ 1m=28 mn
limons	$3 \cdot 10^{-8}$ 1m=386 j
vase argileuse	$5 \cdot 10^{-10}$ 1m=63 ans

Modélisation de l'eau qui coule : loi de Darcy



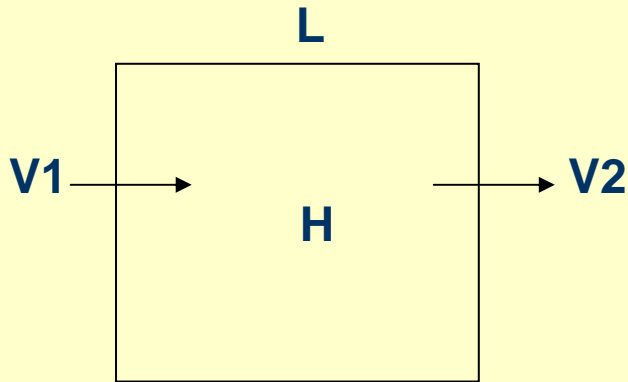
© <http://www.u-picardie.fr/~beaucham/cours.qge/du-7.htm>

$$V = -K * \text{gradient}(H)$$

V = vitesse ; H = charge hydraulique ; K = perméabilité

$H = P/\rho g + z$; P pression, ρ densité, g constante de gravité, z profondeur

Modélisation de l'eau qui coule : conservation de la masse



La masse d'eau qui entre : $V1 * L$

La masse d'eau qui sort : $-V2 * L$

L'apport d'eau extérieur : $Q * L^2$

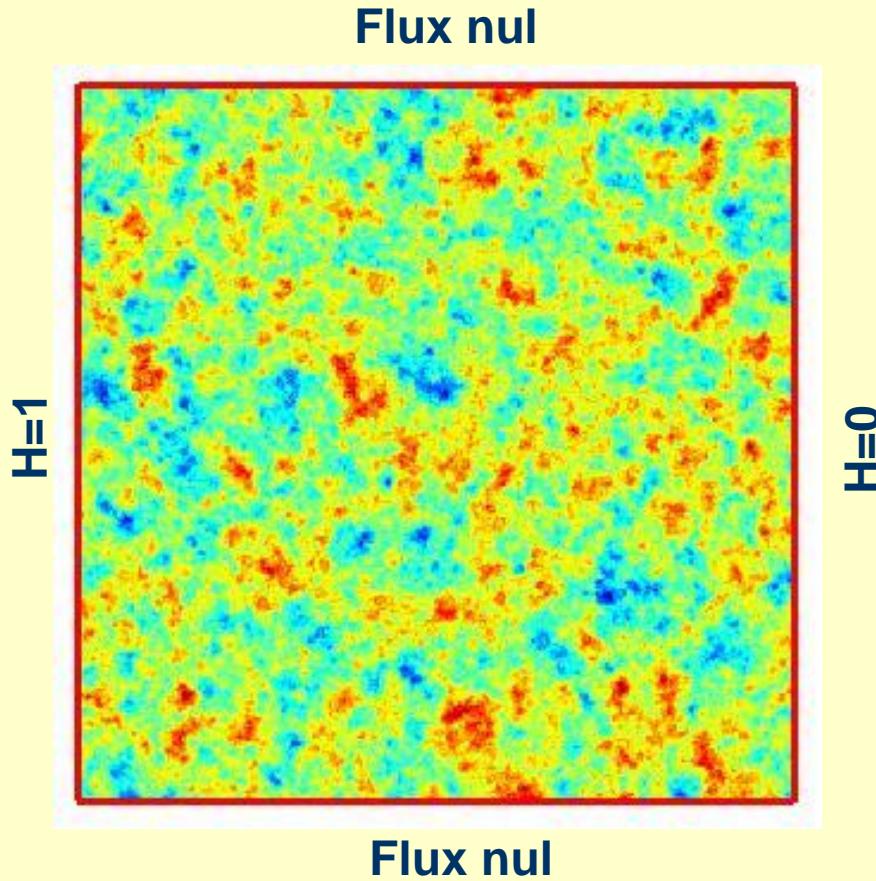
Conservation de la masse :

La somme des flux d'eau est nulle

$$Q + (V1 - V2) / L = 0$$

$$\text{div}(V) = Q$$

Modélisation de l'écoulement : système d'Équations aux Dérivées Partielles



$$\text{div}(V) = Q$$

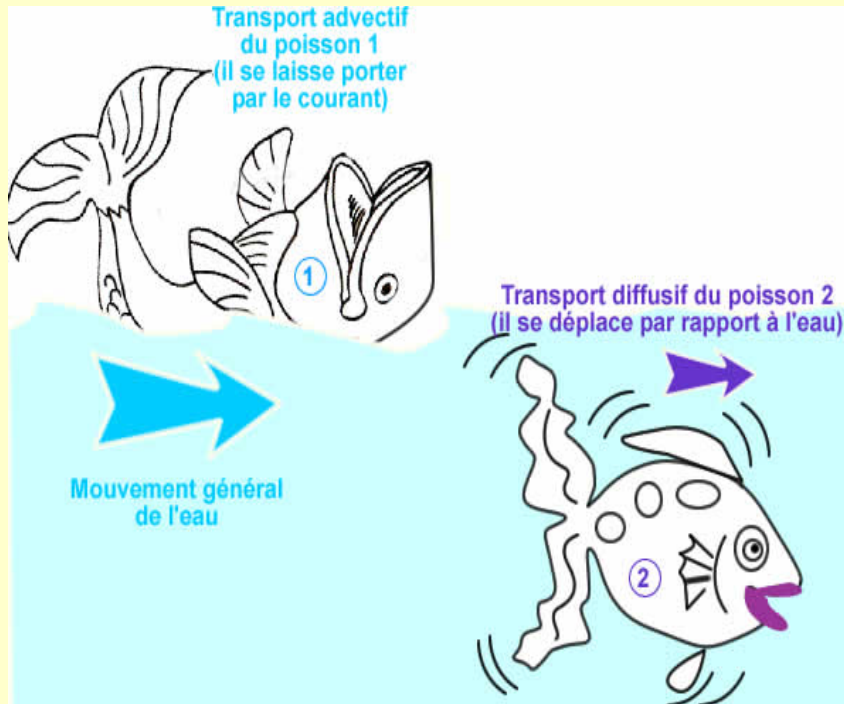
$$V = -K * \text{grad}(H)$$

Conditions aux limites

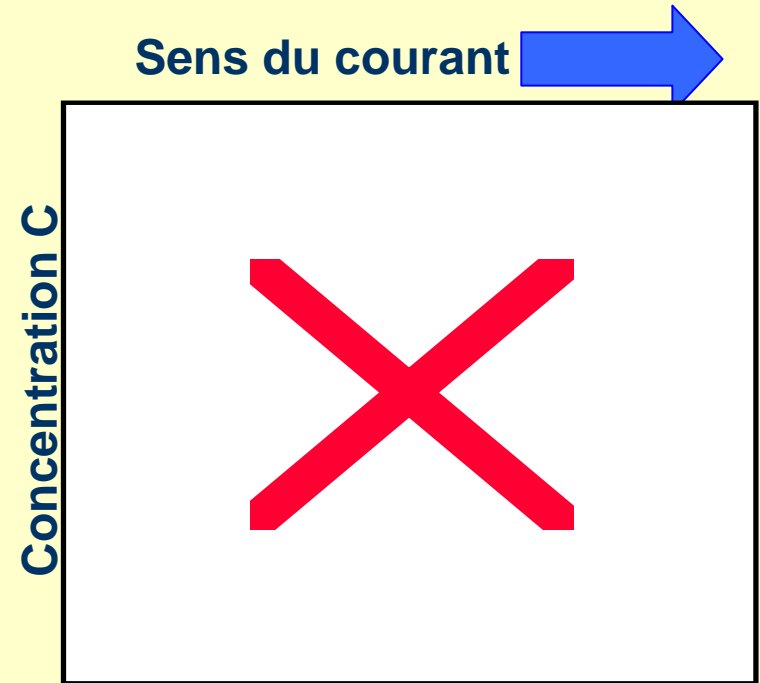
**Il existe une solution
et elle est unique**

**En général, on ne sait pas
calculer la solution**

Modélisation de la pollution : advection-dispersion



©<http://planet-terre.ens-lyon.fr/planetterre>



Il existe une solution et elle est unique

En général, on ne sait pas calculer la solution

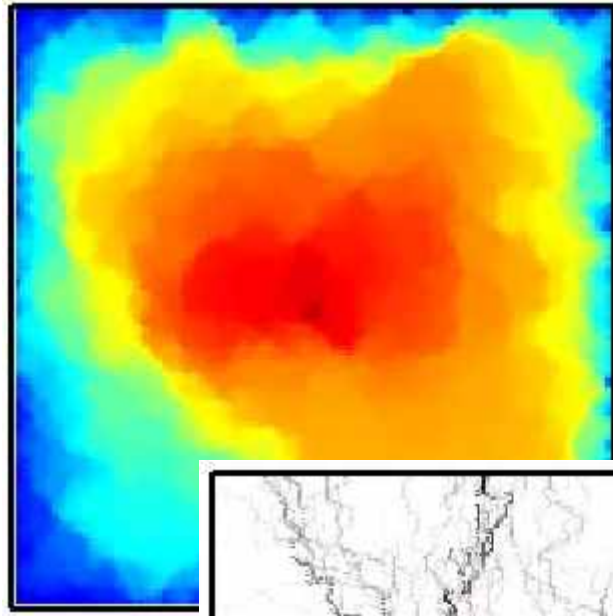
$$\partial C / \partial t = \text{div} (D \text{ grad} (C)) - V \text{ grad} (C)$$

Dispersion

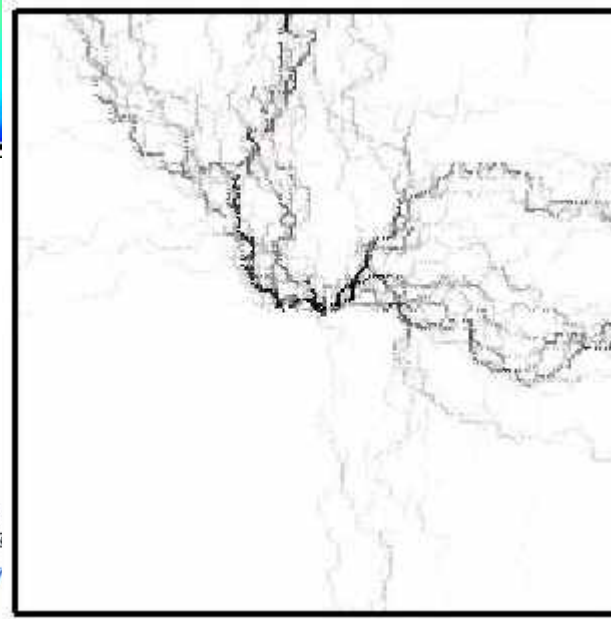
Advection



Simulations numériques



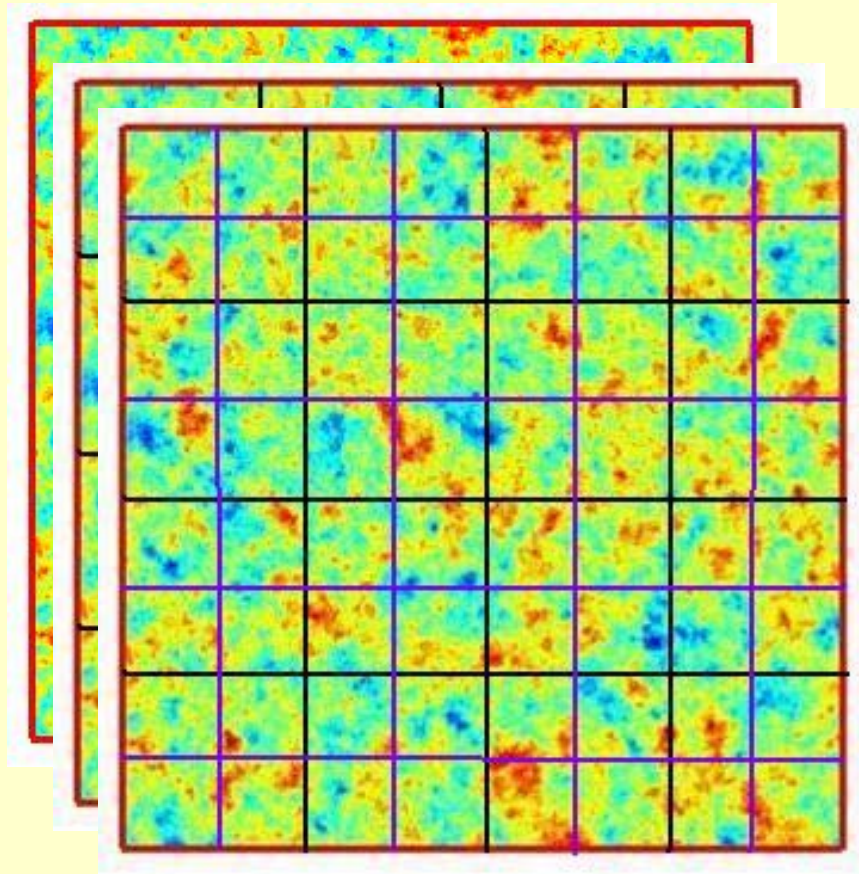
On sait calculer une
solution approchée



*Charge hydraulique et vitesse
dans un milieu hétérogène fractal*

Solution approchée : discrétisation spatiale

On superpose une grille de calcul, comme les pixels d'une photo numérique



$$\text{div}(V) = Q$$

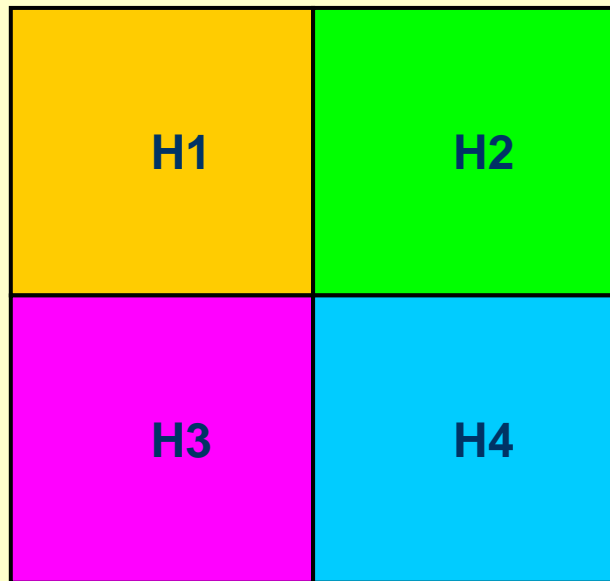
Plus la grille est fine,
 $V = -K * \text{grad}(H)$
 plus la solution approchée
 est précise

Conditions aux limites

Et plus le volume de
 données et le temps de
 calcul augmentent

Modélisation de l'écoulement : système d'équations approché

On écrit les équations dans chaque petit carré de la grille
On obtient un système d'équations linéaire

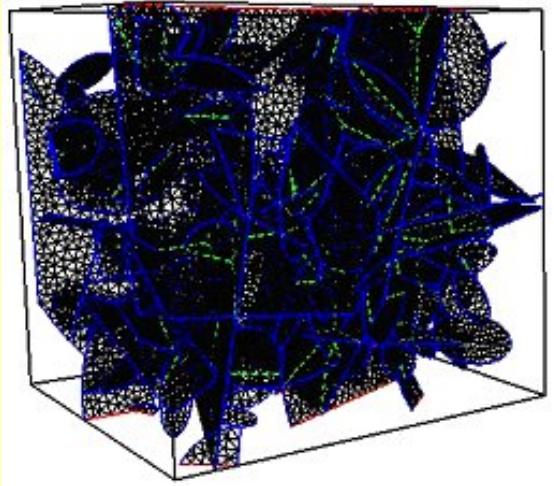
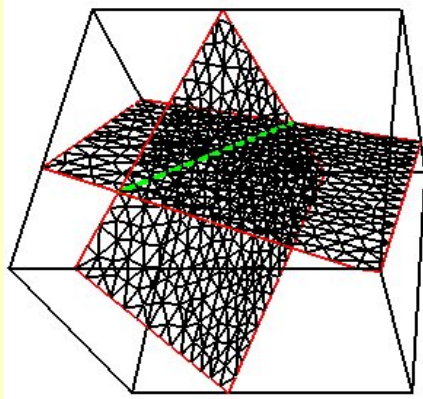


Les inconnues sont H1,H2,H3,H4

$$\begin{cases} a_{11}H_1 + a_{12}H_2 + a_{13}H_3 + a_{14}H_4 = Z_1 \\ a_{21}H_1 + a_{22}H_2 + a_{23}H_3 + a_{24}H_4 = Z_2 \\ a_{31}H_1 + a_{32}H_2 + a_{33}H_3 + a_{34}H_4 = Z_3 \\ a_{41}H_1 + a_{42}H_2 + a_{43}H_3 + a_{44}H_4 = Z_4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix}$$

Modélisation de l'écoulement : système d'équations linéaires



N mailles :

N équations avec N inconnues

Algorithme de résolution

par éliminations successives

des inconnues

Stocker $8N^2$ octets

Faire N^3 opérations (Flops)

N=1000 : 8 Mega-octets et 1 Giga-Flops

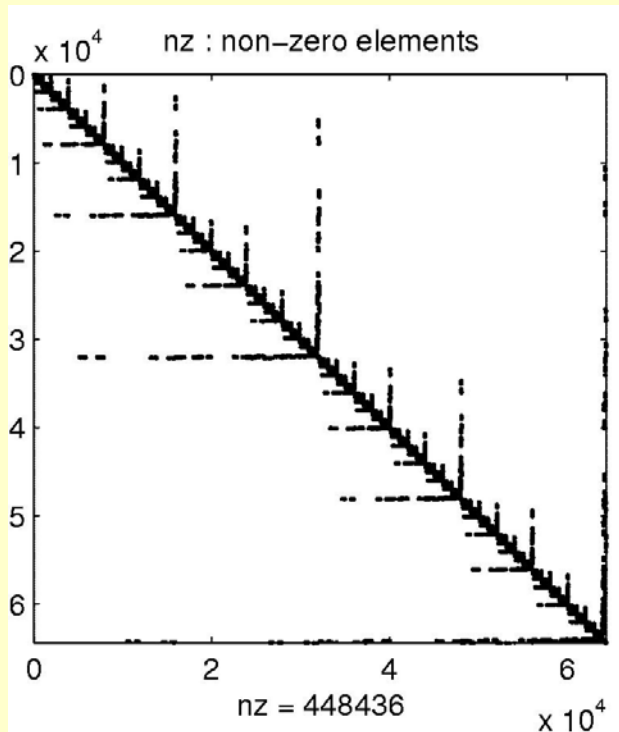
N=100000= 10^5 : 80 Giga-octets et 10^{15} Flops (1 Peta-Flops)

Systeme d'equations lineaires

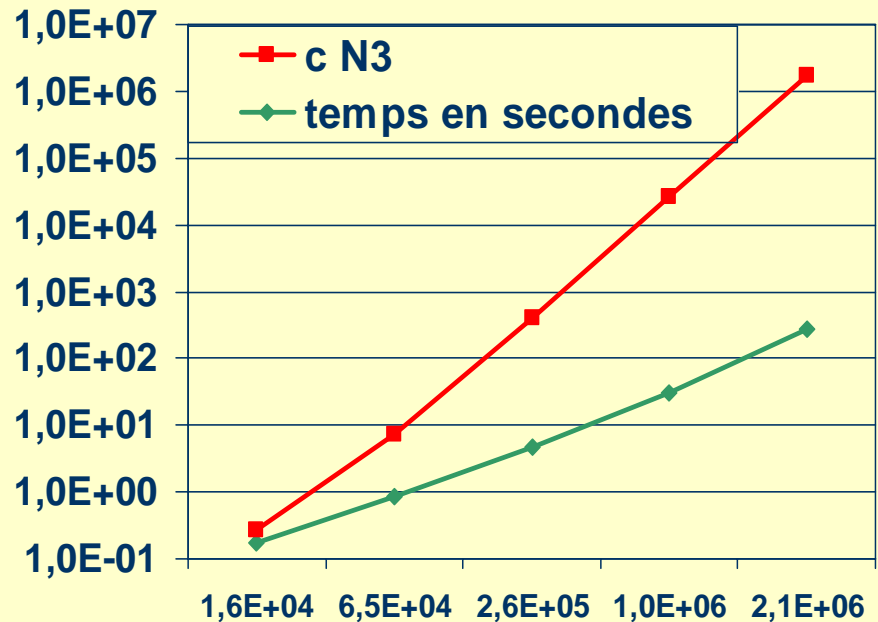
$$0 + a = a \text{ et } 0 \times a = 0$$

On ne stocke que les elements non nuls de la matrice

On ne fait les operations qu'avec ces elements non nuls



Une matrice creuse



Temps de calcul en fonction de la taille N

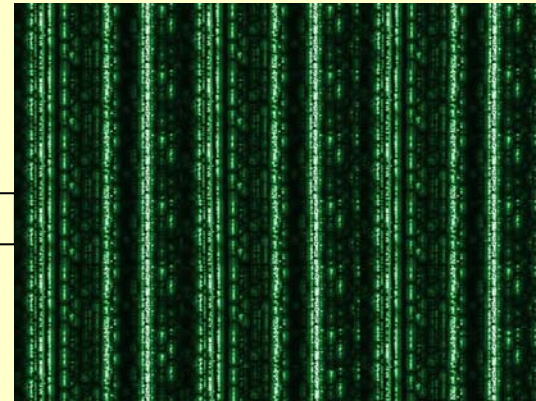
Les algorithmes sont plus compliques

Calcul parallèle et distribué

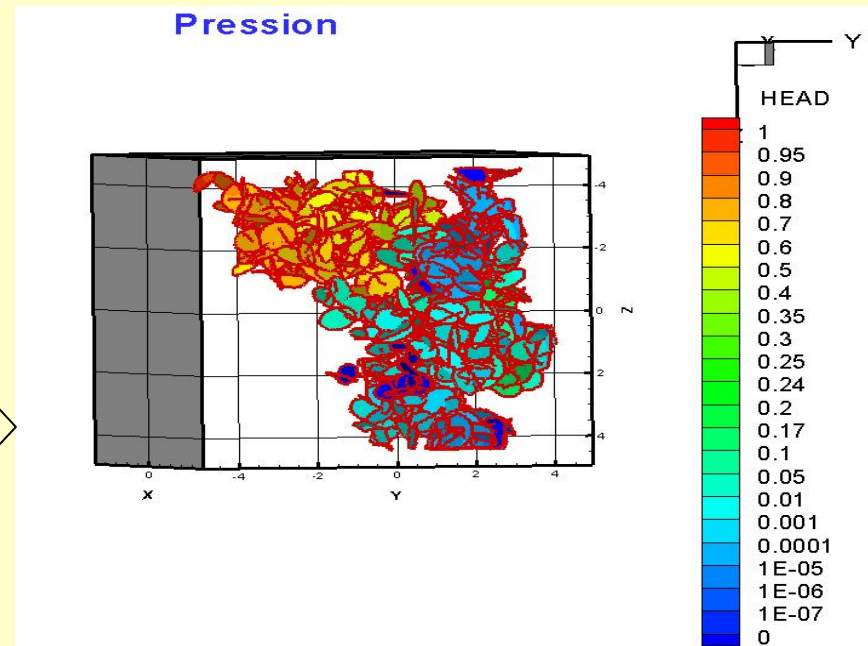
Grappe de
PC
Irisa
Grid'5000



©INRIA/Photo Jim Wallace

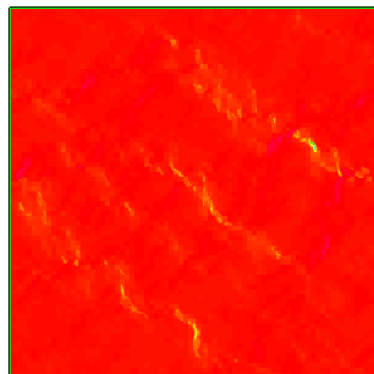
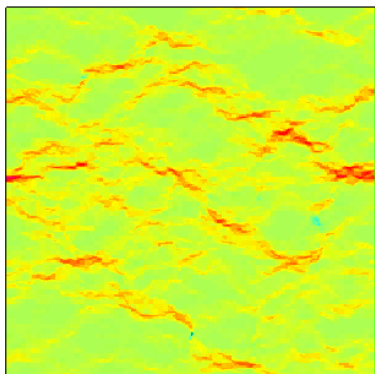
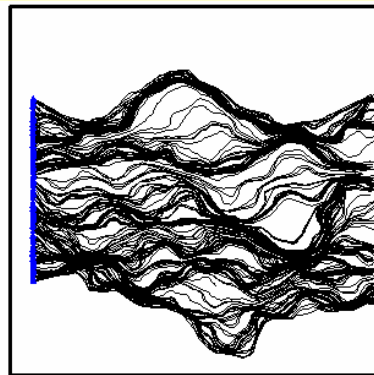
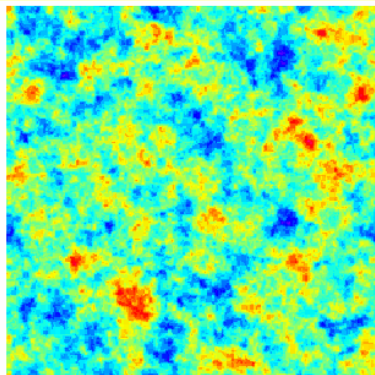


Modèle
numérique

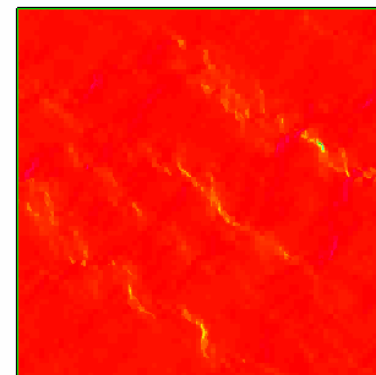
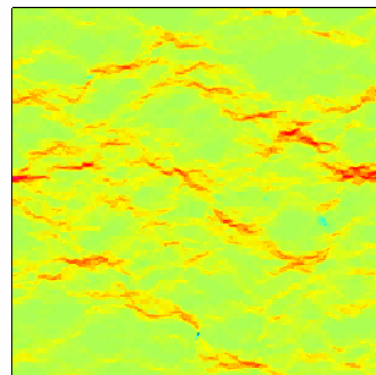
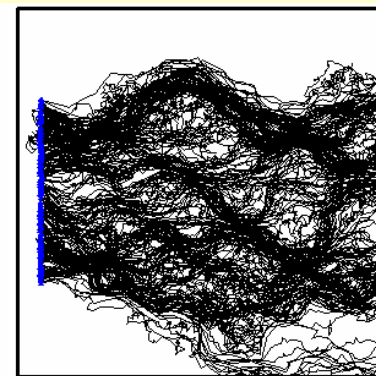
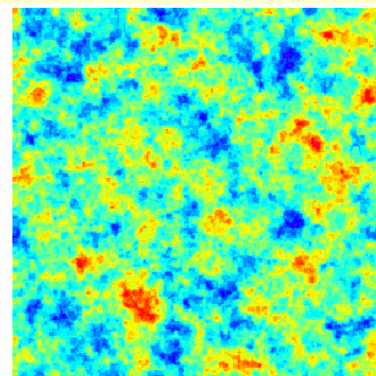


16,8 millions d'inconnues en 76 secondes
avec 32 processeurs

Simulation de la pollution par un produit chimique



Advection sans diffusion



Advection avec diffusion



Pour en savoir plus

<http://www.cnrs.fr/cw/dossiers/doseau/decouv/rubrique.html>

http://www.ec.gc.ca/water/f_main.html

<http://www.brgm.fr/divers/nappes.htm>

<http://www.u-picardie.fr/~beaucham/>

<http://ga.water.usgs.gov/edu/watercyclefrench.html>

<http://www.irisa.fr/sage>

<http://www.geosciences.univ-rennes1.fr/>

**Voir aussi la démonstration
au plateau environnement et santé
en salle Métivier (à côté)**

